Euro graduation access
Concours eg@
2015

# Epreuve de Mathématiques

### Informations sur l'épreuve

| | |
|---|---|
| **Barème :** | /30 |
| **Durée :** | 90min |
| **Calculatrice autorisée :** | Non |

*Merci de ne rien marquer sur le sujet.*
*Pour chaque question de l'épreuve, veuillez choisir la (les) bonne(s) réponse(s).*
*Répondez sur la grille de réponses séparée.*
*Uniquement les grilles de réponses correctement remplies seront corrigées.*

**1)** Le polynôme $X^4 + X^3 - X^2 - X$ est divisible par $X(X-1)$

A. Oui B. Non

**2)** Le reste la division euclidienne de $X^3 + X^2 + 3$ par $(X-1)$ est $X+4$

A. Oui B. Non

**3)** Le quotient de $X^5 + 2X^3 + X^2 + 2X + 1$ par $X^2 + 1$ est $X^3 + X + 1$

A. Oui B. Non

**4)** Le polynôme $(X+1)$ divise $(X^n + 1)$ pour tout $n \geq 1$

A. Oui B. Non

**5)** Le polynôme $(X-1)$ divise $(X^n - 1)$ pour tout $n \geq 1$

A. Oui B. Non

**Soit un espace vectoriel $E$ muni du repère orthonormé $(i, j, k)$. On considère l'application linéaire $f: E \to E$ qui a pour matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ dans la base $(i, j, k)$ et l'application linéaire $g: E \to E$ qui a pour matrice $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ dans la même base.**

**6)** L'application $f^2 = fof$ est une homothétie

A. Oui B. Non

**7)** Le polynôme caractéristique de la matrice $A$ est $P(x) = -x^3 - \frac{x^3}{2} - \frac{x}{4} - \frac{1}{8}$

A. Oui B. Non

**8)** Le polynôme caractéristique de la matrice $A$ et sa dérivée ont une racine en commun

A. Oui B. Non

**9)** $f$ admet un sous espace propre de dimension 1 engendré par $j$

A. Oui B. Non

**10)** Les applications $f$ et $g$ sont inverses l'une de l'autre

A. Oui B. Non

**11)** Les applications $f^2$ et $g^2$ sont inverses l'une de l'autre

A. Oui B. Non

**12)** La matrice $B$ est diagonalisable et admet comme matrice diagonale $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

A. Oui B. Non

**13)** La matrice $g^5$ dans la base $(i, j, k)$ est $B^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 64 \\ 0 & 32 & 0 \\ 16 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

A. Oui B. Non

**Considérons la matrice** $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **.**

**14)** La matrice $M$ est inversible

A. Oui B. Non

**15)** La matrice $M$ admet une valeur propre réelle non nulle

A. Oui B. Non

**16)** La matrice $M$ n'est pas diagonalisable dans $M_3(\mathbf{R})$

A. Oui B. Non

**17)** Si $f$ est une fonction dérivable sur $[a, b]$ avec $f(a) = f(b)$, il existe un unique réel $c \epsilon ]a, b[$ tel que $f'(c) = 0$

A. Oui B. Non

**18)** Si $f$ est fonction continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$ avec $f'(x)$ tend vers $l$ quand x tend vers $a$, alors $f$ est dérivable en $a$ et $f'(a) = l$

A. Oui B. Non

**19)** Soit $f(x) = \ln x$ si $x > 0$ et $f(0) = 0$, pour $x > 0$ il existe $c \epsilon ]a, b[$ tel que $\ln x = \frac{x}{c}$

A. Oui B. Non

**20)** Si $f$ est dérivable sur $\mathbf{R}$ avec $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$, alors il existe $c \epsilon \mathbf{R}$ tel que $f'(c) = 0$

A. Oui B. Non

**On note $f$ la fonction de période $2\pi$ avec**

$$\begin{cases} f(x) = x \text{ si } 0 \leq x \leq \pi \\ f(x) = 0 \text{ si } \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

**et sa série de Fourier $S(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$.**
**On calculera les coefficients de cette série, puis on calculera $a_0$ .**

**21)** Une primitive de $x \cos(nx)$ est $\frac{1}{k} x \sin(kx) + \frac{1}{k^2} \cos(kx)$

A. Oui B. Non

**22)** $a_0 = \frac{\pi}{4}$

A. Oui B. Non

**23)** $b_k = \frac{(-1)^k}{k}$

A. Oui B. Non

**24)** $a_{2p} = 0,\ a_{2p+1} = -\frac{2}{\pi(2p+1)^2}$

A. Oui B. Non

**Soient** $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x \geq 0, y \geq 0 \text{ et } 0 < x^2 + y^2 \leq 1\}$ **et** $I = \iint_D xy^2\sqrt{x^2 + y^2}\,dxdy$**. La valeur de** $I$ **est :**

**25)** A. $\frac{1}{18}$ B. $\frac{1}{20}$ C. $\frac{1}{21}$ D. $\frac{1}{22}$

**Soit** $\Delta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, -1 \leq x \leq 1, \text{ et } x^2 \leq y \leq 4 - x^3\}$**. L'aire du domaine** $\Delta$ **est :**

**26)** A. $\frac{22}{3}$ B. $\frac{25}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

**Considérons la série de terme général** $u_n = \sin\left(\pi\sqrt{n^2 + 2}\right)$.

**27)** La série $\sum u_n$ est absolument convergente

A. Oui B. Non

**28)** La série $\sum u_n$ est convergente

A. Oui B. Non

**Considérons la série de terme général** $v_n = \frac{n+5}{(n+1)(n+2)(n+3)}$

**29)** La série $\sum v_n$ est convergente

A. Oui B. Non

**30)** La série $\sum v_n$ a pour somme

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{7}{2}$